



Teisteanais
Nàiseanta
EISIMPLEIR A-MHÀIN

SQ30/H/01

**Matamataig
Pàipear 1
(Gun Àireamhair)**

Deit — Neo-iomchaidh

Ùine — 1 uair is 10 mionaidean

Comharran gu lèir — 60

Feuch GACH ceist

CHAN FHAOD thu àireamhair a chleachdadh.

Airson na comharran fhaighinn gu lèir feumaidh tu d' obrachadh a-mach a shealltainn.

Cuir na h-aonadan anns na freagairtean agad far a bheil sin iomchaidh.

Sgrìobh do fhreagairtean gu soilleir ann an leabhran nam freagairtean. Ann an leabhran nam freagairtean feumaidh tu àireamh na ceiste a tha thu a' freagairt a chomharrachadh gu soilleir.

Cleachd peann **gorm** no **dubh**.

Mus fàg thu seòmar na deuchainne, feumaidh tu leabhran nam freagairtean a thoirt don Fhreiceadan; mura dèan thu sin, dh'fhaodadh tu na comharran gu lèir airson a' phàipeir a chall.



SQ30H01

LIOSTA

FHOIRMLEAN

Cearcall:

Tha an co-aontar $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ a' riochdachadh meadhan cearcaill $(-g, -f)$ agus

radius $\sqrt{g^2 + f^2 - c}$.

Tha an co-aontar $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ a' riochdachadh meadhan-cearcaill (a, b) agus radius r .

Toradh Sgalar: $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos \theta$, far a bheil θ na cheàrn eadar \mathbf{a} agus \mathbf{b}

no $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$ far a bheil $\mathbf{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ is $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$

Foirmlean triantanach: $\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

$$\sin 2A = 2 \sin A \cos A$$

$$\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$$

$$= 2\cos^2 A - 1$$

$$= 1 - 2\sin^2 A$$

Clàr deribheataibhean àbhaisteach:

$f(x)$	$f'(x)$
$\sin ax$	$a \cos ax$
$\cos ax$	$-a \sin ax$

Clàr iontragailean àbhaisteach:

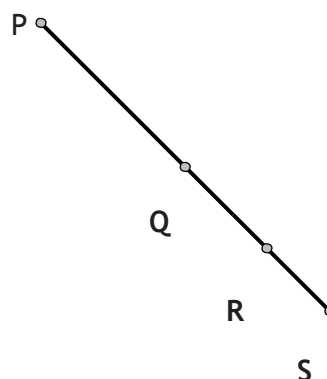
$f(x)$	$\int f(x) dx$
$\sin ax$	$-\frac{1}{a} \cos ax + C$
$\cos ax$	$\frac{1}{a} \sin ax + C$

Comharran gu lèir – 60

1. Lorg $\int \frac{3x^3 + 1}{2x^2}, x \neq 0$ 4

2. Lorg na co-chomharran a th' aig puingean-trasnaidh na lùib $y = x^3 - 2x^2 + x + 4$ agus na loidhne $y = 4x + 4$. 5

3. Anns an diagram, tha na co-chomharran $(-6, 3, 9)$ aig P,



$\vec{PQ} = 6\mathbf{i} + 12\mathbf{j} - 6\mathbf{k}$ agus $\vec{PQ} = 2\vec{QR} = 3\vec{RS}$.

Lorg na co-chomharran aig S. 5

4. A' gabhail ris nach eil fìor fhreumh sam bith aig $2x^2 + px + p + 6 = 0$, lorg an raon de luachan airson p far a bheil $p \in \square$ 4

5. Tha an co-aontar $\sqrt{3}y - x = 0$ aig an loidhne l_1 .

(a) Tha an loidhne l_2 ceart-cheàrnach ri l_1 . Lorg an caisead a th' air l_2 . 2

(b) Obraich a-mach an ceàrn a tha l_2 a' deànamh ri cùrsa dearbhte an axis- x . 2

6. (a) Lorg abairt cho-ionann airson $\sin(x + 60)^\circ$. 1

(b) Air an dòigh sin, no eile, obraich a-mach an luach mionaideach a th' aig $\sin 105^\circ$. 3

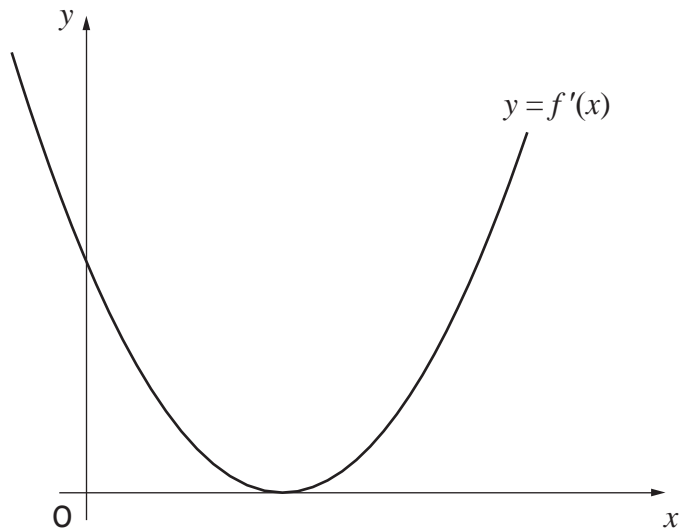
7. (a) Seall gu bheil $(x + 1)$ na fhactar aig $x^3 - 13x - 12$. 3

(b) Factaraich $x^3 - 13x - 12$ gu h-iomlan. 2

8. 'S e fuincseanan a th' ann am $f(x)$ agus $g(x)$, 's iad air am mìneachadh air an t-seata de fhìor àireamhan, leis gu bheil
 $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x$ agus $g(x) = 8x^2 - 3$
- (a) A' gabhail ris gu bheil $h(x) = g(f(x))$, seall gu bheil $h(x) = 2x^2 - 8x + 5$. 3
- (b) Cuir an cèill $h(x)$ anns an riochd $a(x+p)^2 + q$. 3
- (c) Air an dòigh sin, no eile, cuir an cèill co-chomharran na puing-tionndaidh a th' air a' ghraf aig $y = h(x)$. 1
- (d) Dèan sgeidse den ghraf aig $y = h(x) + 3$, a' sealltainn gu soilleir nan co-chomharran a th' aig a' phuing-tionndaidh a bharrachd air transadh an axis-y. 2
9. (a) 'S e loidhne a th' ann an AB a tha co-shìnte ris an loidhne aig a bheil an co-aontar $y + 3x = 25$.
 Tha na co-chomharran $(-1, 10)$ aig A.
 Lorg an co-aontar a th' aig AB. 1
- (b) 'S e $3y = x + 11$ an lethheadair ceart-cheàrnach aig AB.
 Obraich a-mach na co-chomharran aig B. 5

10. Lorg an reat-atharrachaidh a th' aig an fhuincsean $f(x) = 4 \sin^3 x$ nuair as e $x = \frac{5\pi}{6}$. 1

11. Anns an diagram chì thu an graf a th' aig $y = f'(x)$. Tha an t-axis- x na bheantan don ghraf seo.



(a) Mìnich carson nach bi am fuincsean $f(x)$ a' lùghdachadh uair sam bith. 1

(b) Air graf $y = f(x)$, tha co-chomharra- y na puing-tionndaidh àicheil. Dèan sgeids de ghraf a dh'fhaodadh a bhith ann airson $y = f(x)$. 2

12. Tha am fuincsean $V(t) = 120 \sin 100\pi t$, $t > 0$ (far a bheil t a' riochdachadh na h-ùine ann an diogan) a' cur an cèill na bholtoids, $V(t)$, a tha gineadair a' dèanamh.

(a) Obraich a-mach an ùine a th' aig $V(t)$. 2

(b) Lorg na ciad trì ùineachan nuair a tha $V(t) = -60$ 6

[CRÌOCH SAMPALL A' PHÀIPEIR-CHEISTEAN]

Duilleag a còig



Teisteanais
Nàiseanta
EISIMPLEIR A-MHÀIN

SQ30/H/01

**Matamataig
Pàipear 1
(Gun Àireamhair)**

Stiùireadh Comharrachaidh

Tha an Stiùireadh Comharrachaidh seo a’sealltainn mar a chomharraicheadh SQA am Pàipear Cheistean seo.

Chan fhaodar am fiosrachadh san fhoillseachadh seo ath-riochdachadh ach a-mhàin airson taic a thoirt do theisteanasan SQA a th’ air bunait neo-mhalairteach. Ma tha e gu bhith air a chleachdadh air mhodh sam bith eile, feumar cead sgrìobhte fhaighinn o bhuidheann margaideachd SQA aig permissions@sqa.org.uk.
Ma bhios stuth o thùsan eile, taobh a-muigh SQA, san fhoillseachadh (ie dlighe-sgrìobhaidh eile), cha bu chòir dha a bhith air ath-riochdachadh ach air adhbharan deuchainn no measaidh. Ma dh’fheumar ath-riochdachadh air adhbhar sam bith eile, tha e an urra ris an neach-cleachdaidh an dlighe-sgrìobhaidh iomchaidh a lorg.

Prionnsapalan Comharrachaidh Coitcheann airson Matamataig aig an Àrd-Ìre

Tha am fiosrachadh seo air a thoirt seachad airson gun tuig thu na prionnsapalan coitcheann a dh'fheumas tu a chur an gnìomh nuair a tha thu a' comharrachadh nam freagairtean a th' aig na h-oileanaich do na ceistean anns a' Phàipear seo. Feumar na prionnsapalan seo a leughadh an co-cheangal ris an stiùireadh chomharrachaidh mhionaideach, rud a bhios a' leigeil fhaicinn nam prìomh fheartan a dh'fheumas a bhith an lùib freagairtean nan oileanach.

- (a) Feumar comharran airson gach freagairt a th' aig oileanach an-còmhnaidh a thoirt seachad a rèir nam Prionnsapalan Comharrachaidh Coitcheann agus an Stiùiridh Chomharrachaidh Mhionaideach airson a' mheasaidh seo.
- (b) Bu chòir do chomharrachadh a bhith an-còmhnaidh dearbhach. Tha seo a' ciallachadh, airson gach freagairt a th' aig oileanach, gu bheil comharran air an cruinneachadh airson sgilean, eòlas agus tuigse iomchaidh a thaisbeanadh; chan eil iad air an toirt air falbh air sgàth mhearachdan no nithean a bh' air am fàgail a-mach.
- (c) Feumar creideas a thoirt seachad a tha a rèir an stiùiridh shònraichte airson measadh.
- (d) Faodaidh oileanaich modh matamataigeach sam bith a chleachdadh nuair a tha iad a' freagairt cheistean ach a-mhàin nuair a tha modh shònraichte air iarraidh no air a thoirmeasg.
- (e) Feumar obrachadh an dèidh mearachd a leantainn a-mach, le creideas a dh'fhaodadh a bhith ann airson an tuilleadh obrachaidh, air chùmhnannt gu bheil obair a' ghnòthaich car aig an aon ìre. Nuair a tha an t-obrachadh nas fhasa an dèidh mearachd, bidh oileanaich a' call cothrom air creideas fhaighinn.
- (f) Nuair a bhios mearachdan ann an tar-sgrìobhadh, am bitheantas bhiodh oileanaich a' call a' chothruim air comharra ceart fhaighinn.
- (g) Bu chòir obrachadh a chaidh a dhubhadh às, ach nach deach dad eile a chur na àite, a chomharrachadh far an gabh e leughadh. Ach ma chaidh rud eile a chur an àite an obrachaidh a chaidh a dhubhadh às, 's ann a-mhàin air an obair nach deach a dhubhadh às a bu chòir breith a thoirt.
- (h) Mura bheil iomradh shònraichte air anns an stiùireadh-mheasaidh shònraichte, na peanasaich:
 - Obrachadh a thig an dèidh freagairt cheart
 - Obrachadh ceart anns a' phàirt cheàrr de cheist
 - Caochlaidhean dligheach ann am fuasglaidhean
 - Mearachd a tha a' nochdadh barrachd air aon turas san aon cheist

**Mìneachaidhean Matamataigeach -
facaill-òrduigh shònraichte a th' air an cleachdadh anns
a' Phàipear Cheistean seo.**

Obraich a-mach: lorg luach no luachan àireamhach on fhiosrachadh a th' air a thoirt seachad.

Leudaich: iomadaich a-mach abairt ailseabra le bhith a' cleachdadh lagh an sgoilidh no abairt thriantanach cho-fhillteach le bhith a' cur feum air fear de na foirmlean cur-ris airson $\sin(A \pm B)$ no $\cos(A \pm B)$.

Seall gu bheil: cuir feum air matamataig airson rudeigin a dhearbhadh, me gu bheil abairt no luach a th' air a thoirt seachad ceart — feumar gach ceum, agus an co-dhùnadh riatanach, a shealltainn.

Cuir an cèill: cleachd fiosrachadh a th' air a thoirt seachad airson abairt air mhodh shònraichte ath-sgrìobhadh.

Air an dòigh sin: cuir feum air an fhreagairt roimhe airson gluasad air adhart.

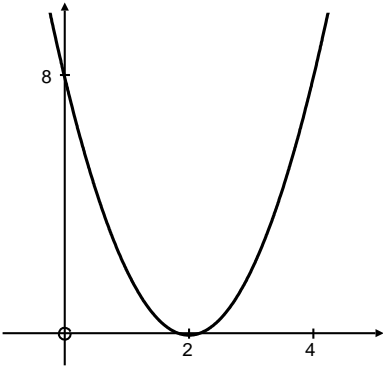
Air an dòigh sin, no eile: cuir feum air an fhreagairt roimhe airson gluasad air adhart; ach dh'fhaodadh modh eile a bhith air a cleachdadh a cheart cho math.

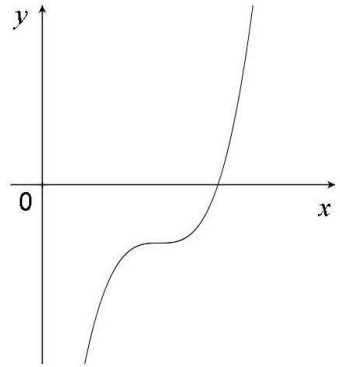
Thoir seachad adhbhar/Cuir taic ri: seall adhbhar(an) math airson a' cho-dhùnaidh/nan co-dhùnaidhean agad.

tiùireadh Comharrachaidh Sònraichte airson gach ceist

Ceist	Sgeama Comharrachaidh. Aon chomharra gach •	Sgòr as àirde	Eisimpleir air teisteanas gus comharra a thoirt seachad aig gach •
1	<p>Fgt: $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{2}x^{-1} + C$</p> <ul style="list-style-type: none"> •¹ ullachadh airson aonachadh •² aonachadh ceart den chiad teirm •³ aonachadh ceart den dàrna teirm •⁴ cunbhal-aonachaidh na chois 	4	<ul style="list-style-type: none"> •¹ $\frac{3}{2}x + \frac{1}{2}x^{-2}$ •² $\frac{3}{2} \cdot \frac{x^2}{2} + \dots$ •³ $\dots + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^{-1}}{-1}$ •⁴ $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{2}x^{-1} + C$
2	<p>Fgt: $(-1, 0), (0, 4), (3, 16)$</p> <ul style="list-style-type: none"> •¹ cur co-aontar na lùib co-ionann ri co-aontar na loidhne •² co-ionannachadh ri neoni •³ factarachadh gu h-iomlan •⁴ obrachadh cho-chomharran-x •⁵ obrachadh cho-chomharran-y 	5	<ul style="list-style-type: none"> •¹ $x^3 - 2x^2 + x + 4 = 4x + 4$ •² $x^3 - 2x^2 - 3x = 0$ •³ $x(x+1)(x-3) = 0$ •⁴ $x = 0, x = -1, x = 3$ •⁵ $(0, 4), (-1, 0), (3, 16)$
3	<p>Fgt: $S(5, 25, -2)$</p> <ul style="list-style-type: none"> •¹ lorg co-chomharra Q no pàirt-bheactor q •² cur ri chèile co-aontar bheactor airson r •³ lorg co-chomharra R no pàirt bheactor r •⁴ cur ri chèile co-aontar bheactor airson s •⁵ lorg an co-chomharra aig S 	5	<ul style="list-style-type: none"> •¹ $\mathbf{q} = \mathbf{p} + \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 0 \\ 15 \\ 3 \end{pmatrix}$ or $Q(0, 15, 3)$ •² $\mathbf{r} = \mathbf{q} + \overrightarrow{QR} = \begin{pmatrix} 0 \\ 15 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$ •³ $\mathbf{r} = \begin{pmatrix} 3 \\ 21 \\ 0 \end{pmatrix}$ or $R(3, 21, 0)$ •⁴ $\mathbf{s} = \mathbf{r} + \overrightarrow{RS} = \begin{pmatrix} 3 \\ 21 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ •⁵ $S(5, 25, -2)$

Ceist		Sgeama Comharrachaidh Aon chomharra gach •	Sgòr as àirde	Eisimpleir air teisteanas gus comharra a thoirt seachad aig gach •
4		Fgt: $-4 < p < 12$ • ¹ aithnich discrimanant < 0 • ² sìmplich • ³ factaraich LHS • ⁴ raon ceart	4	• ¹ $b^2 - 4ac < 0$ agus $a = 2, b = p, c = p + 6$ Air a chur an cèill le • ² • ² $p^2 - 8p - 48 < 0$ • ³ $(p - 12)(p + 4) < 0$ • ⁴ $-4 < p < 12$
5	(a)	Fgt: $m_{l_2} = -\sqrt{3}$ • ¹ ath-rèiteachadh co-aontar gus caisead loidhne l_1 a lorg • ² obrachadh a-mach caisead l_2	2	• ¹ $y = \frac{1}{\sqrt{3}}x \quad m = \frac{1}{\sqrt{3}}$ • ² $m_{l_2} = -\sqrt{3}$
	(b)	Fgt: $\theta = \frac{2\pi}{3}$ • ³ a' cleachdadh $m = \tan\theta$ • ⁴ ag obrachadh a-mach ceàrn	2	• ³ $\tan\theta = -\sqrt{3}$ • ⁴ $\theta = \frac{2\pi}{3}$ no 120°
6	(a) (b)	Fgt: $\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ no $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ • ¹ leudachadh ceart • ² abairt sam bith co-ionann ri $\sin 105^\circ$ • ³ luachan mionaideach co-ionann ceart • ⁴ freagairt cheart	4	• ¹ $\sin x^\circ \cos 60^\circ + \cos x^\circ \sin 60^\circ$ • ² $\sin(45+60)^\circ$ or equivalent • ³ $\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$ • ⁴ $\frac{1+\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ no $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$
7	(a)	• ¹ eòlas air $x = -1$ a chleachdadh • ² crìochnaich roinneadh cho-thàhte • ³ aithne air còrr de neoni	3	• ¹ $-1 \left \begin{array}{cccc} 1 & 0 & -13 & -12 \\ & -1 & 1 & 12 \\ 1 & -1 & -12 & 0 \end{array} \right $ • ² $-1 \left \begin{array}{cccc} 1 & 0 & -13 & -12 \\ & -1 & 1 & 12 \\ 1 & -1 & -12 & 0 \end{array} \right $ • ³ 'S e factar a th' ann an $(x + 1)$; tha an còrr = 0
	(b)	Fgt: $(x+1)(x+3)(x-4)$ • ⁴ aithnich roinn-àireamh • ⁵ factaraich gu h-iomlan	2	• ⁴ $x^2 - x - 12$ • ⁵ $(x+1)(x+3)(x-4)$
Notaichean		Tha modhan eile air $(x + 1)$ a shealltainn na factar, leithid roinneadh fhada, sgrùdadh agus measadh, gu math iomchaidh.		

Ceist		Sgeama Comharrachaidh Aon chomharra gach •	Sgòr as àirde	Eisimpleir air teisteanas gus comharra a thoirt seachad aig gach •
8	(a)	Fgt: $h(x) = 2x^2 - 8x + 5$ • ¹ ionadachadh ceart • ² ceàrnagachadh • ³ leudachadh is sìmpleachadh	3	• ¹ $h(x) = 8\left(1 - \frac{1}{2}x\right)^2 - 3$ • ² $1 - x + \frac{1}{4}x^2$ • ³ $h(x) = 2x^2 - 8x + 5$
	(b)	Fgt: $2(x-2)^2 - 3$ • ⁴ aithnich factar cumanta • ⁵ crìochnaich a' cheàrnag • ⁶ pròiseas airson q	3	• ⁴ $2(x^2 - 4x... \text{ air a chur an cèill le } \bullet^3$ • ⁵ $2(x-2)^2 ...$ • ⁶ $2(x-2)^2 - 3$
Notaichean		Feumaidh na luachan airson p and q a bhith co-chòrdail ris an luach airson a .		
	(c)	Fgt: $(2, -3)$ • ⁷ cuir an cèill puing-tionndaidh	1	• ⁷ $(2, -3)$
	(d)	Fgt:  • ⁸ cumadh ceart • ⁹ mìneachadh, agus crasg an axis-y na chois	2	• ⁸ parabola agus a' phuing-tionndaidh as lugha air a comharrachadh (air a shuidheachadh gu co-chòrdail ris an fhreagairt a th' aig (b)) • ⁹ $(0, 8)$

Ceist		Sgeama Comharrachaidh Aon chomharra gach •	Sgòr as àirde	Eisimpleir air teisteanas gus comharra a thoirt seachad aig gach •
9	(a)	Fgt: $y - 10 = -3(x + 1)$ • ¹ lorg co-aontar na loidhne	1	• ¹ $y - 10 = -3(x + 1)$ no co-ionann
	(b)	Fgt: $B(3, -2)$ • ² cleachdadh cho-aontaran co-amail • ³ fuasgladh gus aon cho-chomharra de meadhan-phuing a lorg • ⁴ lorg co-chomharra na meadhan-phuing a th' air fhàgail • ⁵ cleachdadh foirmle meadhan-phuing no 'ceumanachadh a-mach' • ⁶ lorg cho-chomharra B	5	• ² $y = -3x + 7$ agus $3y = x + 11$ • ³ an dàrna cuid $x = 1$ no $y = 4$ • ⁴ $M(1, 4)$ • ⁵ an dàrna cuid $x = 3$ no $y = -2$ • ⁶ $B(3, -2)$
10		Fgt: $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ • ¹ tòisich ri eadar-dhealachadh • ² eadar-dhealachadh dèante • ³ obraich a-mach $f'\left(\frac{5\pi}{6}\right)$	3	• ¹ $3 \times 4 \sin^2 x$ • ² $\times \cos x$ • ³ $12 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{-\sqrt{3}}{2} = 12 \times \frac{1}{4} \times \frac{-\sqrt{3}}{2} = \frac{-3\sqrt{3}}{2}$
11	(a)	• ¹ mothachail gu bheil fuincsean freumhaichte a' riochdachadh caisead agus gur e neoni an luach as lugha aig $f'(x)$ is zero	1	• ¹ $m = f'(x) \geq 0$ air a mhìneachadh gu soilleir
	(b)	• ² eadar-mhìneachadh fiosrachadh gu ceart • ³ crìochnachadh sgeidse	2	• ² puing gun ghluasad air a cur sa cheathramh cairteal • ³ puing-atharrachaidh air graf a tha a' Meudachadh 

Ceist		Sgeama Comharrachaidh Aon phuing airson gach •	Sgòr as àirde	Eisimpleir air teisteanas gus comharra a thoirt seachad aig gach •
12	(a)	Fgt: $\frac{1}{50}$ diog no 0.02 diog • ¹ eòlas air ùine a lorg • ² freagairt cheart	2	• ¹ $T = \frac{2\pi}{100\pi}$ • ² $\frac{1}{50}$ no 0.02
	(b)	Fgt: $\frac{7}{600}$, $\frac{11}{600}$, agus $\frac{19}{600}$ diog • ¹ co-ionannachadh fuincsean ri -60 • ² ath-rèiteachadh • ³ fuasgail co-aontar airson $100\pi t$ • ⁴ cuir air dòigh fuasglaidhean airson t • ⁵ Eòlas air ùine a chleachdadh no a' taisbeanadh fuasgladh eile on treas cairteal • ⁶ treas luach airson t	6	• ¹ $120 \sin 100\pi t = -60$ • ² $\sin 100\pi t = -\frac{1}{2}$ • ³ $100\pi t = \frac{7\pi}{6}$ agus $\frac{11\pi}{6}$ • ⁴ $t = \frac{7}{600}$ agus $\frac{11}{600}$ • ⁵ $T = \frac{1}{50}$ no $100\pi t = 3\pi + \frac{\pi}{6}$ • ⁶ $\frac{19}{600}$

[CRÌOCH SAMPALL STIÙREADH COMHARRACHAIDH]