



Teisteanais
Nàiseanta
EISIMPLEIR A-MHÀIN

S847/77/12

Matamataig
Pàipear 2

Deit — Gun bhuinteanas
Ùine — 2 uair agus 30 mionaid

Comharran gu lèir — 80

Feuch na ceistean UILE.

Faodaidh tu àireamhair a chleachdadh.

Gus na comharran gu lèir fhaighinn, feumaidh tu d' obrachadh a-mach a shealltainn.

Cuir na h-aonadan anns na freagairtean agad far a bheil sin iomchaidh.

Chan fhaigh thu comharran airson freagairtean a tha air an togail bho dhealbhan-sgèile.

Sgrìobh do fhreagairtean gu soilleir ann an leabhran nam freagairtean. Chan eil farsaingeachd an àite airson freagairt idir ag innse na bu chòir dhut a sgrìobhadh. Cha leig thu leas an t-àite air fad a lìonadh.

Tha àite a bharrachd airson fhreagairtean aig deireadh an leabhrain seo. Ma chleachdas tu an t-àite sin, feumaidh tu àireamh na ceiste a tha thu a' freagairt a chomharrachadh gu soilleir.

Cleachd inc gorm no dubh.

Mus fàg thu seòmar nan deuchainnean, feumaidh tu leabhran nam freagairtean a thoirt don Fhreiceadan; mura dèan thu sin, dh'fhaodadh tu na comharran gu lèir airson a' phàipeir seo a chall.



* S 8 4 7 7 7 1 2 *

LIOSTA FHOIRMLEAN

Deribheatan cumanta		Iontagralan cumanta	
$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$\int f(x)dx$
$\sin^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\sec^2(ax)$	$\frac{1}{a}\tan(ax)+c$
$\cos^{-1} x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$	$\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)+c$
$\tan^{-1} x$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\frac{1}{a^2+x^2}$	$\frac{1}{a}\tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)+c$
$\tan x$	$\sec^2 x$	$\frac{1}{x}$	$\ln x +c$
$\cot x$	$-\operatorname{cosec}^2 x$	e^{ax}	$\frac{1}{a}e^{ax}+c$
$\sec x$	$\sec x \tan x$		
$\operatorname{cosec} x$	$-\operatorname{cosec} x \cot x$		
$\ln x$	$\frac{1}{x}$		
e^x	e^x		

Suimean

$$(\text{Sreach aritmeataigeach}) \quad S_n = \frac{1}{2}n[2a + (n-1)d]$$

$$(\text{Sreach geoimeatráach}) \quad S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1$$

$$\sum_{r=1}^n r = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \sum_{r=1}^n r^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \quad \sum_{r=1}^n r^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Teoram dà-theirmeach

$$(a+b)^n = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} a^{n-r} b^r \quad \text{far a bheil } \binom{n}{r} = {}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Leudachadh Maclaurin

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)x^2}{2!} + \frac{f'''(0)x^3}{3!} + \frac{f^{iv}(0)x^4}{4!} + \dots$$

LIOSTA FHOIRMLEAN (a' leantainn)

Teoram De Moivre

$$[r(\cos \theta + i \sin \theta)]^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$$

Iomadachadh bheactoran

$$\begin{aligned}\mathbf{a} \times \mathbf{b} &= |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \sin \theta \hat{\mathbf{n}} \\ &= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \mathbf{i} \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} - \mathbf{j} \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} + \mathbf{k} \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}\end{aligned}$$

Eadar-nochdadadh matraigs

Cuartachadh tuathal tro cheàrn, θ , mun origin, $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$

[Tionndaidh an duilleag

1. Sgrìobh $\frac{x^2 - 6x + 20}{(x+1)(x-2)^2}$ mar bhloighean pàirteach. 4
2. (a) Ma tha $f(x) = \sin^{-1} 3x$, lorg $f'(x)$. 2
 (b) Airson $y \cos x + y^2 = 6x$, cleachd diofarachadh fhillteach airson lorg fhaighinn air $\frac{dy}{dx}$. 4
3. (a) Sgrìobh sìos agus sìmplich an teirm coitcheann anns an leudachadh dà-theirmeach aig $\left(\frac{3}{x} - 2x\right)^{13}$. 3
 (b) Leis an fhiosrachadh seo, no ann an dòigh eile, lorg an teirm ann an x^9 . 2
4. Air raon freagarrach tha lùb air a mìneachadh gu parameatrach le $x = t^2 + 1$ agus $y = \ln(3t + 2)$.
 Lorg co-aontar a' bheantainn ris an lùb far a bheil $t = -\frac{1}{3}$. 5
5. (a) Lorg am matraigs, A , mar thoradh air cuairt tuathail de $\frac{\pi}{3}$ radianan mun oirigin. 1
 (b) Lorg am matraigs, B , mar thoradh air faileas-sgàthain anns an x -axis. 1
 (c) Leis an fhiosrachadh seo lorg am matraigs, P , mar thoradh air cuairt tuathail de $\frac{\pi}{3}$ radianan mun oirigin agus faileas-sgàthain anns an x -axis, a' cleachdadh luachan mionaideach nad fhreagairt. 2
 (d) Mìnich carson nach eil ceangal sam bith eadar matraigs P agus cuairt mun oirigin. 1
6. Fuasgail an co-aontar $\frac{dy}{dx} = e^{2x} (1 + y^2)$ ma tha $x = 0$, nuair a tha $y = 1$.
 Sgrìobh y ann an teirmean x . 5

7. Ma tha $z = \sqrt{3} - i$.

(a) Cuir z air diagram Argand.

1

(b) Ma tha $w = az$ far a bheil $a > 0$, $a \in \mathbb{R}$.

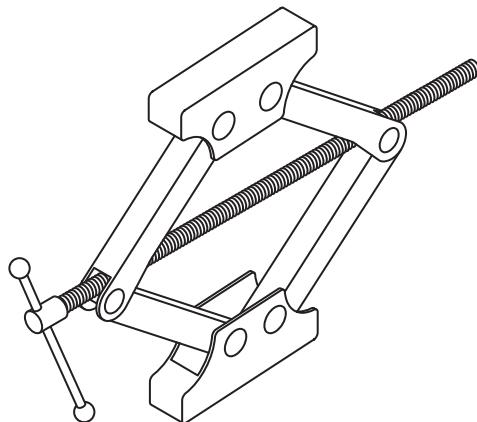
Sgrìobh w anns an riochd pòlar.

2

(c) Cuir w^8 anns an riochd $ka^n(x + i\sqrt{y})$ far a bheil $k, x, y \in \mathbb{Z}$.

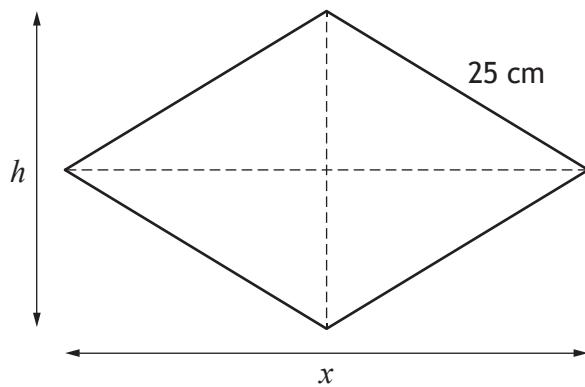
3

8. Tha einnseanair air inneal-togaidh a dhealbh. Bidh sgriubha a' tionndadh agus tha seo a' giorrachadh faid an inneil agus a' meudachadh an àirde aige.



Tha an t-inneal air a mhodaileadh air rombas, le gach taobh 25 cm a dh'fhaid.

Tha an fhaid x cm, agus an àirde h cm anns an diagram seo.



(a) Dearbh gu bheil $h = \sqrt{2500 - x^2}$.

1

(b) Tha an fhaid a' lùghdachadh aig reat 0.3 cm gach diog nuair a tha an sgriubha air a thionndadh.

Obraich a-mach an reat aig a bheil an àirde ag atharrachadh nuair a tha $x = 30$.

5

9. Beachdaich air na seantansan gu h-ìosal agus obraich a-mach a bheil gach seantans ceart no ceàrr.

Ma tha an seantans ceart feumaidh tu sin a dhearbhadh; ma tha e ceàrr feumaidh tu eisimpleir ceart-aghaidh a shealltainn a tha a' dearbhadh gu bheil e ceàrr.

- A. Ma tha iontaidsear dearbhte p na phrìomh àireamh, tha $2p+1$ na phrìomh àireamh cuideachd.
- B. Ma tha iontaidsear dearbhte n a' fàgail còrr 1 nuair a tha e air a roinneadh le 3, bidh n^3 cuideachd a' fàgail còrr 1 nuair a tha e air a roinneadh le 3.

4

10. Ma tha $y = x^{2x^3+1}$ far a bheil $x > 0$, lorg $\frac{dy}{dx}$.

Sgrìobh do fhreagairt ann an teirmean x .

5

11. Ann an òrdugh geoimeatrach tha a' chiad teirm 80 agus an co-mheas choitcheann $\frac{1}{3}$.

(a) Anns an òrdugh seo, obraich a-mach

(i) an 7th teirm

2

(ii) an sùim gu neo-chriochnachd dhen t-sreath geoimeatrach seo.

2

Tha a' chiad teirm dhen òrdugh geoimeatrach seo co-ionann ris a' chiad teirm de òrdugh airitmeatrach.

Tha sùim a' chiad còig teirmean dhen òrdugh airitmeatrach seo 240.

(b) Obraich a-mach diofar coitcheann an òrdugh seo.

2

Ma tha S_n a' riochdachadh an sùim gu n teirmean dhen òrdugh airitmeatrach seo.

(c) Obraich a-mach na luachan aig n far a bheil $S_n = 144$.

3

12. Lorg an fuasgladh sònraichte aig a' cho-aontar diofarail

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4y = 6e^{2x}$$

Ma tha $y = 4$ agus $\frac{dy}{dx} = 7$ nuair a tha $x = 0$.

10

13. Tha a' loidhne L air a riochdachadh leis a' cho-aontar $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$.

(a) Lorg an co-aontar Cartesianach aig an raon a tha ceart-cheàrnach ri L , agus a tha dol tron phuing P(1,1,0). 3

(b) Obraich a-mach an t-astar as lugha eadar P agus L agus mìnich carson is e seo an t-astar as lugha. 7

[CRÌOCH A' PHÀIPEIR EISIMPLEIR]