Teisteanais
Nàiseanta
2024

X874/77/12

Matamataig
Pàipear 2

DILUAIN, 13 CÈITEAN
10:30 M – 1:00 F

Comharran gu lèir — 80

Feuch na ceistean UILE

Faodaidh tu àireamhair a chleachdadh.

Gus na comharran gu lèir fhaighinn, feumaidh tu d' obrachadh a-mach a shealltainn.

Cuir na h-aonadan anns na freagairtean agad far a bheil sin iomchaidh.

Chan fhaigh thu comharran airson fhreagairtean a fhuair thu bho leughadh dhealbhan-sgèile.

Sgrìobh do fhreagairtean gu soilleir anns na beàrnan ann an leabhran nam freagairtean. Chaneil farsaingeachd an àite airson freagairt idir ag innse na bu chòir dhut a sgrìobhadh. Cha leig thu a leas an t-àite gu lèir a chleachdadh.

Tha àite a bharrachd ann airson fhreagairtean aig deireadh an leabhrain seo. Ma chleachdas tu an t-àite seo, feumaidh tu àireamh na ceiste a tha thu a' freagairt a shònrachadh gu soilleir.

Cleachd inc **gorm** no **dubh**.

Mus fàg thu seòmar na deuchainn, feumaidh tu leabhran nam freagairtean a thoirt don Fhreiceadan; mura dèan thu sin, dh'fhaodadh tu na comharran gu lèir airson a' phàipeir seo a chall.

SQA ©

LIOSTA FHOIRMLEAN

Deribheataibhean àbhaisteach	
$f(x)$	$f'(x)$
$\sin^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\cos^{-1} x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\tan^{-1} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\tan x$	$\sec^2 x$
$\cot x$	$-\operatorname{cosec}^2 x$
$\sec x$	$\sec x \tan x$
$\operatorname{cosec} x$	$-\operatorname{cosec} x \cot x$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x

Iontagrailean àbhaisteach	
$f(x)$	$\int f(x)\,dx$
$\sec^2(ax)$	$\frac{1}{a}\tan(ax)+c$
$\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$	$\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)+c$
$\frac{1}{a^2+x^2}$	$\frac{1}{a}\tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)+c$
$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert+c$
e^{ax}	$\frac{1}{a}e^{ax}+c$

Suimeachaidhean

(Sreath àireamhachd) $S_n = \frac{1}{2}n\left[2a+(n-1)d\right]$

(Sreath geomeatrach) $S_n = \frac{a\left(1-r^n\right)}{1-r}, r \neq 1$

$$\sum_{r=1}^{n} r = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \sum_{r=1}^{n} r^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \quad \sum_{r=1}^{n} r^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Teoram nan dà-theirmeach

$$(a+b)^n = \sum_{r=0}^{n} \binom{n}{r} a^{n-r}b^r \quad \text{far as e} \quad \binom{n}{r} = {}^nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Leudachadh Maclaurin

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)x^2}{2!} + \frac{f'''(0)x^3}{3!} + \frac{f^{iv}(0)x^4}{4!} + \ldots$$

LIOSTA FHOIRMLEAN

Teoram De Moivre

$$\left[r(\cos\theta + i\sin\theta)\right]^n = r^n\left(\cos n\theta + i\sin n\theta\right)$$

Toradh-bheactor

$$\mathbf{a}\times\mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}|\sin\theta\hat{\mathbf{n}}$$

$$= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \mathbf{i}\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} - \mathbf{j}\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} + \mathbf{k}\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$$

Eadar-nochdadh mhatraigsean

Cuairteachadh tuathal tro cheàrn, θ, mun tùs, $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$

[Tionndaidh an duilleag

Comharran gu lèir — 80

Feuch na ceistean UILE

1. Ma tha $y = \dfrac{\sin 7x}{1+x^2}$, lorg $\dfrac{dy}{dx}$. **2**

2. Cleachd algoritim Euclidean agus lorg iontaidsearan a agus b far an e $533a + 455b = 13$. **3**

3. (a) Cleachd gearradh-às Gauss agus sgrìobh z a thaobh λ airson siostam nan co-aontaran:

$$\begin{aligned} x - y - 3z &= 1 \\ 2x - 3y - 5z &= 8 \\ x + 2y + \lambda z &= -7. \end{aligned}$$

4

(b) Inns luach λ do bheil an siostam neo-chunbhalach. **1**

(c) Obraich a-mach fuasgladh an t-siostaim seo far an e $\lambda = -1$. **1**

4. Fuasgail an co-aontar diofarail

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 8y = 0$$

ma tha $y = -2$ agus $\dfrac{dy}{dx} = 22$ far an e $x = 0$. **5**

5. (a) Inns agus sìmplich an teirm choitcheann ann an leudachadh dà-theirmeach $\left(2x^2 - \dfrac{1}{x^3}\right)^{16}$. **3**

(b) Mar sin, no dòigh eile, lorg co-èifeachdair $\dfrac{1}{x^{18}}$ ann an leudachadh $\left(2x^2 - \dfrac{1}{x^3}\right)^{16}$. **2**

6. Tha lùb air a riochdachadh gu parameatrach le $x = t^2$ agus $y = 4t \ln t$ far an e $t > 0$.

Lorg abairtean làn-shìmplichte airson:

(a) $\dfrac{dy}{dx}$ **3**

(b) $\dfrac{d^2y}{dx^2}$. **3**

7. (a) Obraich a-mach agus sìmplich leudachadh Maclaurin, suas gu agus a' gabhail a-steach an teirm ann an x^3, airson:

(i) e^{2x} **2**

(ii) $\sin 3x$. **2**

(b) Mar sin obraich a-mach leudachadh Maclaurin airson $e^{2\sin 3x}$ suas gu agus a' gabhail a-steach an teirm ann an x^3. **2**

8. Tha cruth air a dhèanamh le bhith a' cuairteachadh pàirt dhen lùib le co-aontar $y = \dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ mun x-axis tro radianan 2π, bho $x = 0$ gu $x = a$.

Is e $\dfrac{\pi^2}{3}$ luach tomhas-lìonaidh a' chruth.

Obraich a-mach luach a. **5**

9. Tha ciad teirm -3 agus diofar cumanta d aig òrdugh àireamhach.

(a) Sgrìobh abairt airson an treas teirm. **1**

Tha an ochdamh teirm còig uiread an treas teirm.

(b) Obraich a-mach luach d. **1**

(c) Obraich a-mach gu h-ailseabrach an àireamh as lugha de theirmean a dh'fheumar gus a bheil sùim an t-sreatha cho-cheangailte nas motha na 500. **3**

[Tionndaidh an duilleag

10. Tha slat mheatailt air a teasachadh gus am meudaich a tomhas-lìonaidh aig reata cunbhalach de 12 mm^3 sa mhionaid.

Tha tomhas-lìonaidh na slaite air a mhodaladh, rè a' phròiseas, le $V = 5\pi r^3$, far a bheil r air a thomhas ann am mileameatairean.

Obraich a-mach an reata aig a bheil r a' meudachadh nuair as e $r = 10$. **4**

11. Beachdaich air aithrisean A agus B gu h-ìosal.

Airson gach aithris: ma tha i fìor, thoir dearbhadh; mura bheil i fìor, thoir eisimpleir na h-aghaidh. **3**

A: Tha sùim nan ceàrnagan aig dà iontaidsear leantainneach daonnan prìomh.

B: Tha sùim nan ceàrnagan aig dà iontaidsear leantainneach daonnan còrr.

12. Ma tha $z = x + iy$, $y \neq 0$, fuasgail an co-aontar

$$z^2 + 20\overline{z} - 156 = 0$$

far an e $\overline{z}$ an co-nasgadh coimpleacs aig z. **5**

13. (a) Sgrìobh $\dfrac{-2}{x(x+1)}$ ann am bloighean pàirteach. **2**

(b) Cleachd iontagrachadh pàirteach gus $\int xe^{3x}dx$ a lorg. **3**

(c) A' cleachdadh do fhreagairtean ri (a) agus (b), fuasgail

$$\frac{dy}{dx} - \frac{2y}{x(x+1)} = \frac{x^3e^{3x}}{(x+1)^2}.$$ **5**

14. Tha itealan a' siubhal tro A(2, –1, 8), B(1, 1, –1) agus C(4, –2, 11).

(a) (i) Obraich a-mach $\overrightarrow{AB}$ agus $\overrightarrow{AC}$. **1**

(ii) Mar sin lorg co-aontar Cartesianach an itealain. **3**

Tha loidhne air a riochdachadh leis na co-aontaran $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z+1}{4}$.

(b) Seall nach eil an loidhne agus an t-itealan a' trasnadh. **3**

15. Tha amar stòraidh a' cumail measgachadh de shalann agus uisge. Dòirtidh tomhas a bharrachd de shalann is uisge a-steach, agus aig an aon àm, dòirtidh cuid dhen mheasgachadh a th' ann a-mach.

Gabhaidh am pròiseas a mhodaladh le co-aontar diofarail.

$$\frac{dW}{dt} = \frac{36 - W}{120},\ W < 36$$

far an e W meud an t-salainn ann an cileagraman aig ùine t mionaidean.

An toiseach, tha an t-amar stòraidh a' cumail 8 cileagraman salainn.

(a) Sgrìobh W a thaobh t. **5**

(b) Obraich a-mach an reata aig a bheil am meud salainn a' fàs an dèidh 67 mionaidean. **2**

Fhad 's a leanas am pròiseas, tha uiread an t-salainn a' teannadh ri crìoch L cileagraman.

(c) Obraich a-mach luach L, agus dearbh do fhreagairt. **1**

[CRÌOCH PÀIPEARN NAN CEISTEAN]

[DUILLEAG BHÀN]

NA SGRÌOBH AIR AN DUILLEIG SEO