



Teisteanais
Nàiseanta
2018

X774/77/11

Matamataig

DIARDAOIN, 3 CÈITEAN

9:00 M – 12:00 F

Comharran gu lèir — 100

Feuch na ceistean UILE.

Faodaidh tu àireamhair a chleachdadh.

Gus na comharran gu lèir fhaighinn, feumaidh tu d' obrachadh a-mach a shealltainn.

Cuir na h-aonadan anns na freagairtean agad far a bheil sin iomchaidh.

Chan fhaighear comharraidhean idir airson freagairtean air an togail bho dhealbhan-sgèile.

Sgrìobh do fhreagairtean gu soilleir ann an leabhran nam freagairtean. Ann an leabhran nam freagairtean feumaidh tu àireamh na ceiste a tha thu a' freagairt a chomharrachadh gu soilleir.

Cleachd inc **gorm** no **dubh**.

Mus fàg thu seòmar na deuchainne, feumaidh tu leabhran nam freagairtean a thoirt don Fhreiceadan; mura dèan thu sin, dh'fhaodadh tu na comharran gu lèir airson a' phàipeir a chall.



* X 7 7 4 7 7 1 1 *

LIOSTA FHOIRMLEAN

Deribheatan cumanta	
$f(x)$	$f'(x)$
$\sin^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\cos^{-1} x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\tan^{-1} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\tan x$	$\sec^2 x$
$\cot x$	$-\operatorname{cosec}^2 x$
$\sec x$	$\sec x \tan x$
$\operatorname{cosec} x$	$-\operatorname{cosec} x \cot x$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x

Iontagrahan cumanta	
$f(x)$	$\int f(x) dx$
$\sec^2(ax)$	$\frac{1}{a} \tan(ax) + c$
$\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$	$\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$
$\frac{1}{a^2+x^2}$	$\frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + c$
e^{ax}	$\frac{1}{a} e^{ax} + c$

Suimean

(Sreath airitmeatrach) $S_n = \frac{1}{2}n[2a + (n-1)d]$

(Sreath geoimeatrach) $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1$

$$\sum_{r=1}^n r = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \sum_{r=1}^n r^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \quad \sum_{r=1}^n r^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Teorem dà-theirmeach

$$(a+b)^n = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} a^{n-r} b^r \quad \text{far a bheil } \binom{n}{r} = {}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Leudachadh Maclaurin

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)x^2}{2!} + \frac{f'''(0)x^3}{3!} + \frac{f^{iv}(0)x^4}{4!} + \dots$$

LIOSTA FHOIRMLEAN (a' leantainn)

Teorem De Moivre

$$[r(\cos \theta + i \sin \theta)]^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$$

Iomadachadh bheactoran

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = |\mathbf{a}||\mathbf{b}|\sin \theta \hat{\mathbf{n}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \mathbf{i} \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} - \mathbf{j} \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} + \mathbf{k} \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}$$

Cruth-atharrachadh matraigs

Cuartachadh tuathal tro cheàrn, θ , mun origin, $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$

[Tionndaidh an duilleag

Comharran gu lèir – 100

Feuch na ceistean UILE

1. (a) Ma tha $f(x) = \sin^{-1} 3x$, lorg $f'(x)$. 2
- (b) Diofaraich $y = \frac{e^{5x}}{7x+1}$. 2
- (c) Ma tha $y \cos x + y^2 = 6x$, lorg $\frac{dy}{dx}$ le diofarachadh fhillteach. 4
2. Le bloighean pàirteach lorg $\int \frac{3x-7}{x^2-2x-15} dx$. 4
3. (a) Sgrìobh sìos agus sìmplich an teirm coitcheann anns a' leudachadh dà-theirmeach aig $\left(2x + \frac{5}{x^2}\right)^9$. 3
- (b) Leis an fhiosrachadh seo, no ann an dòigh eile, lorg an teirm nach eil an eisimeil air x . 2
4. Ma tha $z_1 = 2 + 3i$ agus $z_2 = p - 6i$, $p \in \mathbb{R}$, lorg:
- (a) $z_1 \bar{z}_2$; 2
- (b) luach p far a bheil $z_1 \bar{z}_2$ na fìor àireamh. 1
5. Cleachd algorithm Euclid airson nan iontaidsearan a agus b a lorg ma tha $306a + 119b = 17$. 4

6. Air raon freagarrach tha lùb co-chomharraichte gu parametrach le $x = t^2 + 1$ agus $y = \ln(3t + 2)$.

Obraich a-mach co-aontar a' bheantainn ris a' lùb far a bheil $t = -\frac{1}{3}$.

5

7. Tha na maitraigsean C agus D air am mìneachadh le:

$$C = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{agus} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ k+3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \text{ far a bheil } k \in \mathbb{R}.$$

- (a) Lorg $2C' - D$ far an e bheil C' an transpòs aig C . 2
- (b) (i) Lorg agus sìmplich abairt airson an deteirmeanant aig D . 2
- (ii) Sgrìobh sìos luach k far nach eil D^{-1} idir ann. 1

8. Leis an ionadachadh $u = \sin \theta$, no ann an dòigh eile, lorg luach

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin^4 \theta \cos \theta \, d\theta.$$

4

9. Dearbh gu bheil:

- (a) sùim trì iontaidsearan leantainneach sam bith so-roinnte le 3; 2
- (b) e comasach àireamh còrr sam bith a sgrìobhadh mar sùim dà iontaidsear leantainneach. 1

[Tionndaidh an duilleag

10. Ma tha $z = x + iy$, dèan sgeidse dhen locus anns an raon coimpleacs $|z| = |z - 2 + 2i|$. 3

11. (a) Lorg am matraigs, A , mar thoradh air cuairt tuathal de $\frac{\pi}{3}$ radianan mun oirigin. 1

(b) Lorg am matraigs, B , mar thoradh air faileas-sgàthain anns an x -axis. 1

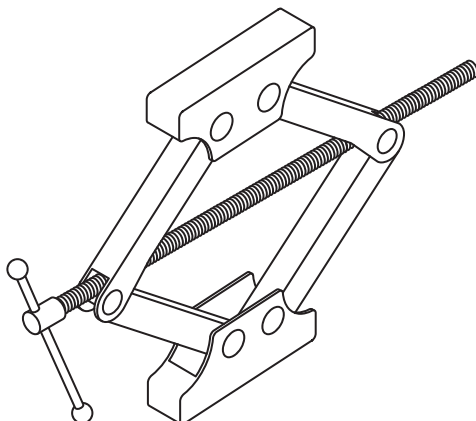
(c) Leis an fhiosrachadh seo lorg a' matraigs, P , mar thoradh air cuairt tuathail de $\frac{\pi}{3}$ radianan mun oirigin agus faileas-sgàthain anns an x -axis. Sgrìobh do fhreagairtean ann an luachan mionaideach. 2

(d) Mìnich carson nach eil ceangal sam bith eadar matraigs P agus cuairt mun oirigin. 1

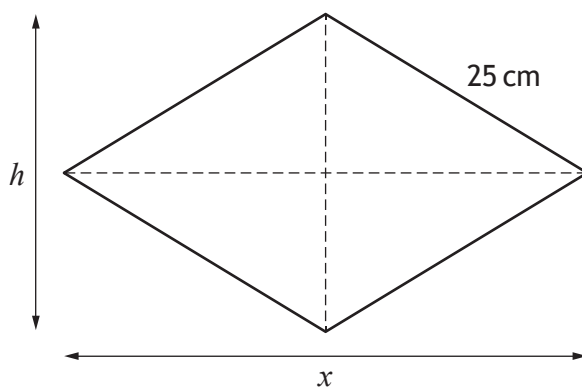
12. Airson n , nan iontaidsearan dhearbhte air fad, dearbh le ionducsean gu bheil

$$\sum_{r=1}^n 3^{r-1} = \frac{1}{2}(3^n - 1). \quad 5$$

13. Tha einnseanair air inneal-togaidh a dhealbh. Tha sgrìubha a' tionndadh agus bidh seo a' giorrachadh faid an inneil agus a' meudachadh an àirde.



Tha an t-inneal air a mhodaileadh air rhombus, le gach taobh 25 cm a dh'fhaid. Tha an fhaid x cm, agus an àirde h cm anns an diagram seo.



- (a) Dearbh gu bheil $h = \sqrt{2500 - x^2}$. 1
- (b) Tha an fhaid a' lùghdachadh aig reit 0.3 cm gach diog nuair a tha an sgrìubha air a thionndadh. Obraich a-mach an reit aig a bheil an àirde ag atharrachadh nuair a tha $x = 30$. 5

[Tionndaidh an duilleag

14. Ann an òrdugh geoimeatrach tha a' chiad teirm 80 agus an co-mheas coitcheann $\frac{1}{3}$.
- (a) Airson an òrdugh seo, obraich a-mach:
- (i) an 7^{mh} teirm; 2
- (ii) an sùim gu neo-chrìochnachd dhen t-sreath geoimeatrach seo. 2

Tha a' chiad teirm dhen òrdugh geoimeatrach seo co-ionann ris a' chiad teirm de òrdugh airitmeatrach.

Tha sùim a' chiad còig teirmean dhen òrdugh airitmeatrach seo 240.

- (b) (i) Obraich a-mach diofar coitcheann an òrdugh seo. 2
- (ii) Sgrìobh sìos agus sìmplich abairt airson an n mh teirm. 1

Tha S_n a' riochdachadh sùim a' chiad n teirmean dhen òrdugh airitmeatrach seo.

- (c) Obraich a-mach luachan n far a bheil $S_n = 144$. 3

15. (a) Cleachd iontagrachadh pàirteach agus lorg $\int x \sin 3x \, dx$. 3
- (b) Leis an fhiosrachadh seo lorg fuasgladh sònraichte

$$\frac{dy}{dx} - \frac{2}{x}y = x^3 \sin 3x, \quad x \neq 0$$

ma tha $x = \pi$ nuair a tha $y = 0$.

Sgrìobh do fhreagairt anns an riochd $y = f(x)$. 7

16. Seo na co-aontaran aig na raointean π_1 , π_2 agus π_3 :

$$\pi_1: \quad x - 2y + z = -4$$

$$\pi_2: \quad 3x - 5y - 2z = 1$$

$$\pi_3: \quad -7x + 11y + az = -11$$

far a bheil $a \in \mathbb{R}$.

(a) Cleachd gearradh-às Gauss agus lorg luach a gus am bi trasnadh na raointean π_1 , π_2 agus π_3 na loidhne dhìreach. 4

(b) Lorg co-aontar a' loidhne trasnaidh nuair a tha an luach seo aig a . 2

Tha raon eile π_4 ann le co-aontar $-9x + 15y + 6z = 20$.

(c) Obraich a-mach an ceàrn caol eadar π_1 agus π_4 . 3

(d) Mìnich an dàimh geoimeatrach eadar π_2 agus π_4 .
Dearbh do fhreagairt. 1

17. (a) Ma tha $f(x) = e^{2x}$, obraich a-mach leudachadh Maclaurin airson $f(x)$ suas gu, agus a' toirt a-steach, an teirm ann an x^3 . 2

(b) Air raon freagarrach tha $g(x) = \tan x$.

(i) Dearbh gu bheil an treasamh deribheataibh aig $g(x)$ air a riochdachadh le
 $g'''(x) = 2\sec^4 x + 4\tan^2 x \sec^2 x$. 3

(ii) Leis an fhiosrachadh seo, lorg leudachadh Maclaurin airson $g(x)$ suas gu, agus a' toirt a-steach an teirm ann an x^3 . 2

(c) Leis an fhiosrachadh seo, no ann an dòigh eile, lorg leudachadh Maclaurin airson $e^{2x} \tan x$ suas gu, agus a' toirt a-steach, an teirm ann an x^3 . 2

(d) Sgrìobh sìos a' chiad trì teirmean, nach eil aig neoni, ann an leudachadh Maclaurin airson $2e^{2x} \tan x + e^{2x} \sec^2 x$. 1

[CRÌOCH A' PHÀIPEIR]

[DUILLEAG BHÀN]

NA SGRÌOBH AIR AN DUILLEIG SEO

[DUILLEAG BHÀN]

NA SGRÌOBH AIR AN DUILLEIG SEO

[DUILLEAG BHÀN]

NA SGRÌOBH AIR AN DUILLEIG SEO



Teisteanais
Nàiseanta
2018

X774/77/21

**Matamataig
Briathrachas**

DIARDAOIN, 3 CÈITEAN

9:00 M – 12:00 F



* X 7 7 4 7 7 2 1 *

Gàidhlig	Beurla
Diofarachadh fhillteach	Implicit differentiation
Teirm coitcheann	General term
Leudachadh dà-theirmeach	Binomial expansion
Algoritim Euclid	Euclidean algorithm
Transpòs	Transpose
Ionadachadh	Substitution
Iontaidsearan leantainneach	Consecutive integers
So-roinnte	Divisible by
Àireamh còrr	Odd number
Raon coimpleacs	Complex plane
Oirigin	Origin
Faileas-sgàthain	Reflection
Dearbh le ionducsean	Prove by induction
Co-mheas coitcheann	Common ratio
Òrdugh geoimeatrach	Geometric sequence
Sreath geoimeatrach	Geometric series
Òrdugh airtmeatrach	Arithmetic sequence
Diofar coitcheann	Common difference
Iontagrachadh pàirteach	Integration by parts
Fuasgladh sònraichte	Particular solution
Raointean	Planes
Trasnadh	Intersection
Loidhne trasnaidh	Line of intersection