



Teisteanais
Nàiseanta
2019

X774/77/11

Matamataig

DIARDAOIN, 2 CÈITEAN

9:00 M – 12:00 F

Comharran gu lèir — 100

Feuch na ceistean UILE.

Faodaidh tu àireamhair a chleachdadh.

Gus na comharran gu lèir fhaighinn, feumaidh tu d' obrachadh a-mach a shealltainn.

Cuir na h-aonadan anns na freagairtean agad far a bheil sin iomchaidh.

Chan fhaighear comharraidhean idir airson freagairtean air an togail bho dhealbhan-sgèile.

Sgrìobh do fhreagairtean gu soilleir ann an leabhran nam freagairtean. Ann an leabhran nam freagairtean feumaidh tu àireamh na ceiste a tha thu a' freagairt a chomharrachadh gu soilleir.

Cleachd inc **gorm** no **dubh**.

Mus fàg thu seòmar nan deuchainnean, feumaidh tu leabhran nam freagairtean a thoirt don Fhreiceadan; mura dèan thu sin, dh'fhaodadh tu na comharran gu lèir airson a' phàipeir a chall.



* X 7 7 4 7 7 1 1 *

LIOSTA FHOIRMLEAN

Deribheatan cumanta	
$f(x)$	$f'(x)$
$\sin^{-1} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\cos^{-1} x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\tan^{-1} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\tan x$	$\sec^2 x$
$\cot x$	$-\operatorname{cosec}^2 x$
$\sec x$	$\sec x \tan x$
$\operatorname{cosec} x$	$-\operatorname{cosec} x \cot x$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
e^x	e^x

Iontagralean cumanta	
$f(x)$	$\int f(x) dx$
$\sec^2(ax)$	$\frac{1}{a} \tan(ax) + c$
$\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$	$\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$
$\frac{1}{a^2+x^2}$	$\frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + c$
e^{ax}	$\frac{1}{a} e^{ax} + c$

Suimean

(Sreath airitmeatrach) $S_n = \frac{1}{2}n[2a + (n-1)d]$

(Sreath geoimeatrach) $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}, r \neq 1$

$$\sum_{r=1}^n r = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \sum_{r=1}^n r^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \quad \sum_{r=1}^n r^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

Teorem dà-theirmeach

$$(a+b)^n = \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} a^{n-r} b^r \quad \text{far a bheil} \quad \binom{n}{r} = {}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

Leudachadh Maclaurin

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)x^2}{2!} + \frac{f'''(0)x^3}{3!} + \frac{f^{iv}(0)x^4}{4!} + \dots$$

LIOSTA FHOIRMLEAN (a' leantainn)

Teorem De Moivre

$$[r(\cos \theta + i \sin \theta)]^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$$

Iomadachadh bheactoran

$$\begin{aligned} \mathbf{a} \times \mathbf{b} &= |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \sin \theta \hat{\mathbf{n}} \\ &= \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \mathbf{i} \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} - \mathbf{j} \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} + \mathbf{k} \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Eadar-nochdadh matraigs

Cuartachadh tuathal tro cheàrn, θ , mun origin, $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$

[Tionndaidh an duilleag

Comharran gu lèir — 100
FEUCH NA CEISTEAN UILE

1. (a) Diofaraich $f(x) = x^6 \cot 5x$. 2
- (b) Ma tha $y = \frac{2x^3 + 1}{x^3 - 4}$, lorg $\frac{dy}{dx}$. Sìmplich do fhreagairt. 3
- (c) Ma tha $f(x) = \cos^{-1} 2x$ obraich a-mach luach $f'\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)$. 3

2. Is e A an matraigs

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -3 & p & 2 \\ -1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

far a bheil $p \in \mathbb{R}$.

- (a) Leis an fhiosrachadh gur e 3 an deteirmeanant aig A , lorg an luach aig p . 3

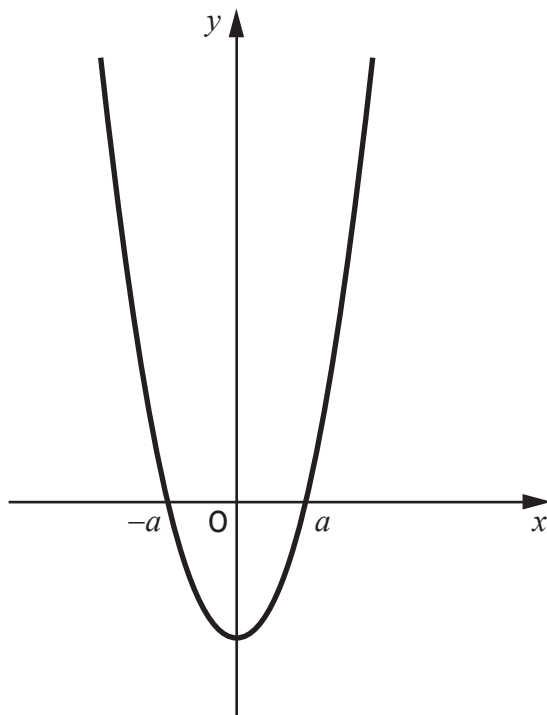
Is e B an matraigs

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ q & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

far a bheil $q \in \mathbb{R}$.

- (b) Lorg AB . 2
- (c) Mìnich carson nach eil inbhears aig AB . 1

3. Tha fuincsean $f(x)$ air a mhìneachadh le $f(x) = x^2 - a^2$. Tha an diagram a' sealltainn an graf aig $y = f(x)$.



- (a) A bheil $f(x)$ còrr, cothromach no a h-aon seach aon. Innis carson a tha thu air tighinn chun a' cho-dhùnaidh seo. 1
- (b) Sgeids an graf aig $y = |f(x)|$. 1
4. (a) Sgrìobh $\frac{3x^2 + x - 17}{x^2 - x - 12}$ anns an riochd $p + \frac{qx + r}{x^2 - x - 12}$, far a bheil p , q agus r nan iontaidsearan. 1
- (b) Leis an fhiosrachadh seo sgrìobh $\frac{3x^2 + x - 17}{x^2 - x - 12}$ le bloighean pàirteach. 3

[Tionndaidh an duilleag

5. Ma tha $x = \ln(2t + 7)$ agus $y = t^2$, $t > 0$, lorg
- (a) $\frac{dy}{dx}$ 2
- (b) $\frac{d^2y}{dx^2}$. 2
6. Tha bailiùn ann an cruth cruinne le radius r cm, $r > 0$, a' dol sìos agus a' lùghdachadh aig reat chunbhalach $60 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$.
 Obraich a-mach an reat atharrachaidh aig an radius a rèir ùine nuair a tha $r = 3$. 3
- [Seo a' foirmle airson tomhas-lìonaidh cruinne $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.]
7. (a) Lorg abairt airson $\sum_{r=1}^n (6r + 13)$ ann an teirmean n . 1
- (b) Leis an fhiosrachadh seo, no ann an dòigh eile, lorg $\sum_{r=p+1}^{20} (6r + 13)$. 2
8. Lorg an fuasgladh sònraichte aig a' cho-aontar diofarail
- $$\frac{d^2y}{dx^2} + 11\frac{dy}{dx} + 28y = 0$$
- ma tha $y = 0$ agus $\frac{dy}{dx} = 9$, nuair a tha $x = 0$. 5

9. (a) Sgrìobh sìos agus sìmplich an teirm coitcheann anns an leudachadh dà-theirmeach aig $\left(2x^2 - \frac{d}{x^3}\right)^7$, far a bheil d cunbhalach. 3
- (b) Is e $-70\,000$ an co-èifeachdair aig $\frac{1}{x}$. Lorg luach d . 2
10. Tha lùb air a mìneachadh leis a' cho-aontar $x^2 + y^2 = xy + 12$.
- (a) Lorg abairt airson $\frac{dy}{dx}$ ann an teirmean x agus y . 3
- (b) Tha dà phuing far a bheil co-aontar a' bheantain ris an lùb seo $x = k$, $k \in \mathbb{R}$. Lorg na luachan aig k . 2
11. Ma tha n na iontaidsear dearbhte.
- (a) Lorg eisimpleir ceart-aghaidh a dhearbhas gu bheil an abairt a leanas seo ceàrr. Is e daonnan prìomh àireamh a tha ann an $n^2 + n + 1$. 1
- (b) (i) Sgrìobh sìos an contra-dhearbhte aig:
Ma tha $n^2 - 2n + 7$ cothromach tha n còrr. 1
- (ii) Cleachd an contra-dhearbhte airson dearbhadh gu bheil n còrr ma tha $n^2 - 2n + 7$ cothromach. 3
12. Sgrìobh 231_{11} anns a' bhonn 7. 3

[Tionndaidh an duilleag

13. Tha uaireadair dealain ann an inneal eileagtronaigeach a bhios a dol dheth nuair a ruigeas a' Bholtoids, V , luach àraid.

Tha reat atharrachaidh a' bholtoids air a mhìneachadh le

$$\frac{dV}{dt} = k(12 - V),$$

Far a bheil k cunbhalach, t an ùine ann an diogan, agus tha $0 \leq V < 12$.

Ma tha $V = 2$ nuair a tha $t = 0$, sgrìobh V ann an teirmean k agus t .

5

14. Dearbh le ionducsean gu bheil

$$\sum_{r=1}^n r!r = (n+1)! - 1 \text{ airson nan iontaidsearan dhearbhte air fad } n.$$

5

15. Seo co-aontaran dà raon.

$$\pi_1: 2x - 3y - z = 9$$

$$\pi_2: x + y - 3z = 2$$

- (a) Dearbh gu bheil na co-aontaran parameatrach gu h-ìosal a' mìneachadh an loidhne, L_1 , far a bheil na raointean sin a' coinneachadh

$$x = 2\lambda + 3$$

$$y = \lambda - 1$$

$$z = \lambda$$

2

- (b) Is e π_3 an raon le co-aontar $-2x + 4y + 3z = 4$.

Obraich a-mach a' cheàrn caol eadar an loidhne L_1 agus an raon π_3 .

3

- (c) Is e L_2 an loidhne a tha ceart-cheàrnach ri π_3 agus a tha a' dol tron phuing $P(1, 3, -2)$.

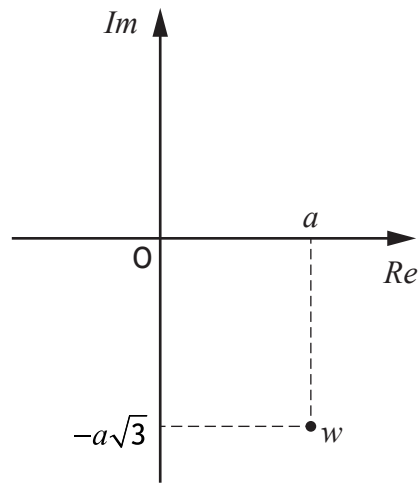
Faigh a-mach a bheil L_1 agus L_2 a' trasnadh.

4

16. (a) Cleachd iontagrachadh pàirteach airson obrachadh a-mach an luach mionaideach aig $\int_0^1 (x^2 - 2x + 1)e^{4x} dx$. 5
- (b) Gheibhir teann-chruth cuairte le bhith a' cur an lùb le co-aontar $y = 4(x-1)e^{2x}$ eadar $x = 0$ agus $x = 1$ tro 2π radian mun cuairt air an x -axis. Lorg gu mionaideach tomhas-lìonaidh an teann-chruth seo. 3
17. Tha a' chiad trì teirmean de shreath air an riochdachadh le
- $$5x + 8, -2x + 1, x - 4$$
- (a) Nuair a tha $x = 11$, dearbh gu bheil a' chiad trì teirmean a' dèanamh toiseach òrdugh geomeatrach, agus sgrìobh sìos luach a' cho-mheas cumanta. 2
- (b) Ma tha an t-òrdugh seo air fad geomeatrach airson $x = 11$
- (i) sgrìobh sìos carson a tha sùim gu neo-chrìochnachd aig an sreath seo 1
- (ii) obraich a-mach an sùim gu neo-chrìochnachd seo. 2
- (c) Tha luach eile aig x a bhios cuideachd a' cruthachadh òrdugh geomeatrach. Airson an dàrna òrdugh seo
- (i) dearbh gu bheil $x^2 - 8x - 33 = 0$ 2
- (ii) lorg a' chiad trì teirmean
- (iii) sgrìobh sìos luach S_{2n} agus innis carson a fhuair thu am freagairt seo. 1

[Tionndaidh an duilleag airson an ath cheist

18. Tha seo a' sealltainn diagram Argand leis an àireamh choimpleacs w suidhichte air.



(a) Sgrìobh w ann an riochd

(i) Cartesian

1

(ii) pòlar.

3

(b) Tha an àireamh choimpleacs z_1 na freumh de $z^3 = w$, far a bheil

$$z_1 = k \left(\cos \frac{\pi}{m} + i \sin \frac{\pi}{m} \right)$$

airson iontaidsearan k agus m .

Ma tha $a = 4$,

(i) cleachd teoram de Moivre airson luachan k agus m obrachadh a-mach, agus

4

(ii) lorg na freumhan eile.

2

[CRÌOCH A' PHÀIPEIR]

[DUILLEAG BHÀN]

NA SGRÌOBH AIR AN DUILLEIG SEO

[DUILLEAG BHÀN]

NA SGRÌOBH AIR AN DUILLEIG SEO



Teisteanais
Nàiseanta
2019

X774/77/21

**Matamataig
Briathrachas**

DIARDAOIN, 2 CÈITEAN

9:00 M – 12:00 F



* X 7 7 4 7 7 2 1 *

Gàidhlig	Beurla
Inbhears	Inverse
Còrr	Odd
Cothromach	Even
A h-aon seach aon	Neither
Reat chunbhalach	Constant rate
Reat atharrachaidh	Rate of change
Fuasgladh sònraichte	Particular solution
Co-èifeachdair	Coefficient
Iontaidsear dearbhte	Positive integer
Eisimpleir ceart-aghaidh	Counterexample
Contra-dhearbhte	Contrapositive
Bonn	Base
Raon	Plane
Co-aontaran parameatrach	Parametric equations
Iontagrachadh pàirteach	Integration by parts
Teann-chruth cuairte	Solid of revolution
Òrdugh geomeatrach	Geometric sequence
Co-mheas cumanta	Common ratio
Sùm gu neo-chrìochnachd	Sum to infinity